Mecklenburg-Vorpommern

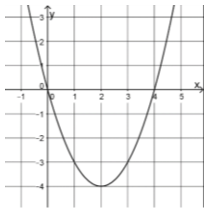
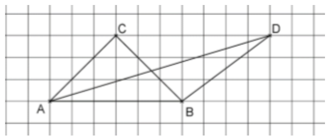
Der nachstehende Lösungsvorschlag soll den Schülerinnen und Schülern des Landes sowohl zur individuellen Prüfungsvorbereitung als auch im Rahmen des Unterrichts in Lernsituationen zur Verfügung gestellt werden. Der Nutzerkreis ist auf Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte des Landes Mecklenburg-Vorpommern beschränkt. Aus dem Lösungsvorschlag lässt sich kein Rechtsanspruch ableiten, er wird ohne Gewähr für die Richtigkeit und Vollständigkeit bereitgestellt.

Prüfung zur Mittleren Reife 2018

Mathematik

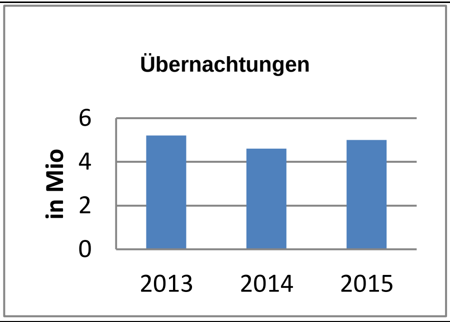
Musterlösung

1 Pflichtaufgabe

	Aufgabe	**Lösung**
1.1	Rechnen Sie um. a) 20 cm² = ___________ dm² b) 120 kg = ___________ t	0,2 dm² 0,12 t
1.2	Berechnen Sie. $0{,}6^2 + 0{,}8^2 =$	1,0
1.3	Bestimmen Sie den Wert des Terms 3r + r(r + 4) für r = 3.	30
1.4	Ein Produkt hat den Preis von 24 €. Durch Transportkosten erhöht sich sein Preis auf 30 €. Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich der Preis erhöht.	um 25 %
1.5	Vereinfachen Sie den Term a(a – 5) + 2(3 – a) so weit wie möglich.	a² - 7a + 6
1.6	Der Punkt P(4|y) liegt auf der Geraden y = 2x. Berechnen Sie y.	y = 8
1.7	Geben Sie für den gegebenen Graph an. - Scheitelpunkt - Nullstellen 	S (2 | -4) $x_1 = 0$; $x_2 = 4$
1.8	In der Skizze sind die Dreiecke ABC und ABD gegeben. Vergleichen Sie die Flächeninhalte der beiden Dreiecke.  A_{ABC} _________ A_{ABD}	=
1.9	Gegeben ist ein Quader mit quadratischer Grundfläche. Die Länge der Kanten seiner Grundfläche beträgt a = 2 cm, seine Höhe beträgt h = 5 cm. Berechnen Sie sein Volumen.	20 cm³
1.10	Bei einem Spiel wird ein regulärer Würfel geworfen. Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass dabei eine gerade Augenzahl erscheint.	0,5

2 Pflichtaufgabe

2 Nach Angaben des Statistischen Amtes meldeten die Beherbergungsstätten des Landes Mecklenburg-Vorpommern 5,2 Millionen Übernachtungen im Juli 2013, im Juli 2014 insgesamt 4,6 Millionen Übernachtungen. Im gleichen Monat 2015 waren es 400 000 Übernachtungen mehr als im Juli 2014.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
2.1	Um wie viel Prozent stieg die Anzahl der Übernachtungen von Juli 2014 auf Juli 2015?	$\frac{4{,}6}{100\%} = \frac{0{,}4}{x}$ $x \approx 8{,}7\%$	1
2.2	Stellen Sie die Übernachtungs-zahlen für die drei Jahre in einem Säulendiagramm dar.		2
2.3	Ermitteln Sie, mit wie vielen Übernachtungen man im Juli des Jahres 2016 rechnen konnte, wenn von dem gleichen prozentualen Anstieg der Übernachtungszahlen von Juli 2014 zu Juli 2015 ausgegangen wurde.	$\frac{5}{100\%} = \frac{x}{108{,}7\%}$ $x \approx 5{,}435$ Mio 5 435 000 Übernachtungen	2
2.4	Berechnen Sie den neuen Zimmerpreis, um bei voller Belegung die gleichen Einnahmen zu erzielen.	$12 \cdot 75€ = 900€$ $900€ : 10 = 90€$	1

3 Pflichtaufgabe

3.1 Gegeben ist die folgende Gleichung: $12-2(x+5)=x-28$

Überprüfen Sie rechnerisch, ob x = 5 Lösung der Gleichung ist.

3.2 Vermehrt man 12 um das Dreifache einer gedachten Zahl, so erhält man das Fünffache dieser gedachten Zahl.

Stellen Sie eine Gleichung auf und lösen Sie das Zahlenrätsel rechnerisch.

3.3 In einem Rechteck ist die eine Seite um 2 cm länger als die andere. Der Umfang des Rechteckes beträgt 40 cm.

3.3.1 Geben Sie an, welche der beiden folgenden Gleichungen diesen Sachverhalt darstellt.

A : $4x+4=40$ B: $2x+2=40$

3.3.2 Berechnen Sie die Länge der beiden Rechteckseiten.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
3.1	Überprüfen Sie rechnerisch, ob x = 5 Lösung der Gleichung ist.	$12-2(5+5)=5-28$ $12-20=-23$ $-8\neq-23$ nein	1
3.2	Stellen Sie eine Gleichung auf und lösen Sie das Zahlenrätsel rechnerisch.	12 + 3x = 5x 12 = 2x x = 6	2
3.3.1	Geben Sie an, welche der beiden folgenden Gleichungen diesen Sachverhalt darstellt.	2x + 2y = 40 y = x + 2 2x + 2(x + 2) = 40 4x + 4 = 40 Gleichung A	1
3.3.2	Berechnen Sie die Länge der beiden Rechteckseiten.	4x + 4 = 40 4 x = 36 x = 9 cm y = x + 2 y = 11 cm	2

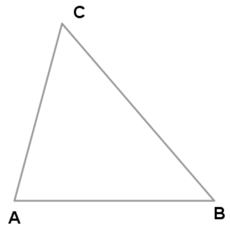
4 Pflichtaufgabe

4 Gegeben ist ein Dreieck ABC mit $a = 12{,}6\ \text{cm}$; $c = 10{,}8\ \text{cm}$ und $\alpha = 75°$.

4.1 Zeichnen Sie das Dreieck ABC.

4.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

4.3 Geben Sie die Seitenlänge für ein flächengleiches Quadrat an.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
4.1	Zeichnen Sie das Dreieck ABC.		2
4.2	Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.	$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{c}{\sin\gamma}$ $\frac{12{,}6}{\sin 75°} = \frac{10{,}8}{\sin\gamma}$ $\gamma \approx 56°$ $\beta \approx 49°$ $A = \frac{a \cdot c \cdot \sin\beta}{2}$ $A \approx 51\ \text{cm}^2$	3
4.3	Geben Sie die Seitenlänge für ein flächengleiches Quadrat an.	$A = a^2$ $a \approx 7{,}1\ \text{cm}$	1

Wahlaufgabe 1 Funktionen

1.1 Gegeben sind die Gleichungen von zwei Funktionen $(x \in \mathbb{R})$.

$$f(x) = x^2 - 5$$
$$g(x) = 2\sin x$$

Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen im Intervall $-3{,}5 \leq x \leq 3{,}5$.

Geben Sie die Nullstellen der Funktionen in diesem Intervall an.

1.2 Ein Viereck ist in einem Koordinatensystem durch die Eckpunkte A(-2 | -3), B(6 | 1), C(3 | 7) und D(-1 | 8) bestimmt.

1.2.1 Die Diagonalen dieses Vierecks sind die Graphen zweier linearer Funktionen. Bestimmen Sie die zugehörigen Funktionsgleichungen dieser Graphen.

1.2.2 Berechnen Sie den Schnittpunkt der Diagonalen.

1.3 Eine Vase wird mit gleichmäßig zulaufendem Wasser gefüllt. Der Tabelle ist zu entnehmen, wie hoch das Wasser zu den jeweiligen Füllzeiten steht.

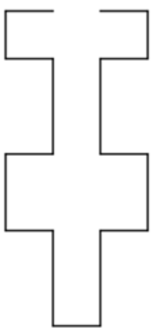
Füllzeit in s	0	5	10	15	20	25
Wasserhöhe in cm	0	10	15	18	28	33

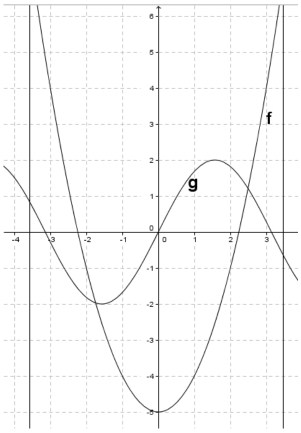
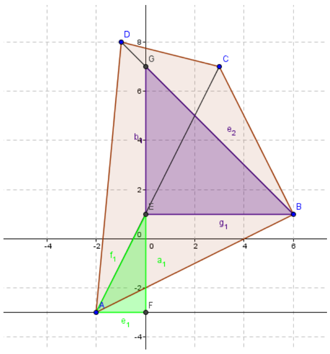
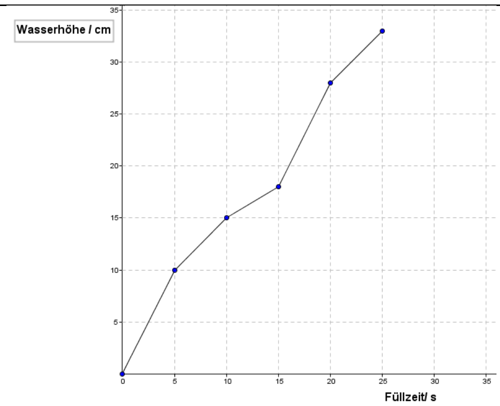
1.3.1 Übertragen Sie die Werte in ein Koordinatensystem und verbinden Sie die Punkte zu einem Graphen.

1.3.2 Begründen Sie an Hand des Graphen, in welchem Zeitraum das Wasser am langsamsten steigt.

1.3.3 Betrachtet wird eine aufrecht stehende Vase. Der Längsschnitt dieser Vase ist in der Abbildung dargestellt.

Begründen Sie, dass es sich dabei nicht um die in 1.3 befüllte Vase handeln kann.



	Aufgabe	Lösung	Punkte
1.1	Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen im Intervall $-3{,}5 \le x \le 3{,}5$. Geben Sie die Nullstellen der Funktionen in diesem Intervall an.	 graf. Darstellung im Intervall $f(x): x_1 \approx 2{,}2;\ x_2 \approx -2{,}2$ $g(x): x_1 = -\pi;\ x_2 = 0;\ x_3 = \pi$	5
1.2.1	Bestimmen Sie die zugehörigen Funktionsgleichungen dieser Graphen.	 $f_{AC}(x) = 2x + 1;\ f_{BD}(x) = -x + 7$	4
1.2.2	Berechnen Sie den Schnittpunkt der Diagonalen.	$f_{AC}(x) = f_{BD}(x)$ $2x + 1 = -x + 7$ $3x = 6$ $x = 2$ $y = 5$ S(2 | 5)	2
1.3.1	Übertragen Sie die Werte in ein Koordinatensystem und verbinden Sie die Punkte zu einem Graphen.		2

1.3.2	Begründen Sie an Hand des Graphen, in welchem Zeitraum das Wasser am langsamsten steigt.	zwischen 10 und 15 Sekunden Begründung: z.B. kleinster Anstieg	2
1.3.3	Betrachtet wird eine aufrecht stehende Vase. Der Längsschnitt dieser Vase ist in der Abbildung dargestellt. Begründen Sie, dass es sich dabei nicht um die in 1.3 befüllte Vase handeln kann.	Begründung, z.B. Steigt das Wasser schnell, ist die Vase schmal; steigt das Wasser langsam, ist die Vase breiter. Der Graph zeigt 5 Anstiegsstufen, der Längsschnitt der Vase nur 4. Graph und Vase passen nicht zueinander. *oder* Die Steigung des Graphen ist im dritten Abschnitt am geringsten, somit müsste die Vase im dritten Abschnitt am breitesten sein. Das ist nicht der Fall.	1

Wahlaufgabe 2 Stereometrie

2.1 Ein Prisma hat eine quadratische Grundfläche. Bei einer Länge der Grundkante $a = 4$ cm beträgt sein Volumen 160 cm³.

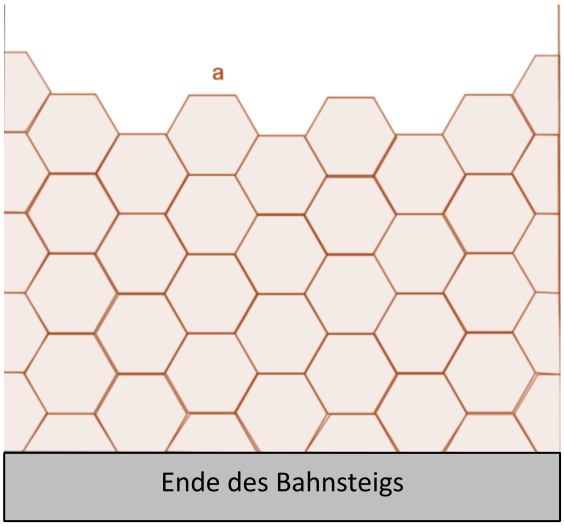
2.1.1 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Höhe $h = 10$ cm beträgt.

2.1.2 Zeichnen Sie ein Schrägbild dieses Prismas.

2.2 Für das Pflastern von Bahnsteigen werden häufig Betonsteine genutzt, die die Form eines Prismas mit sechseckiger Grundfläche besitzen. Für einen solchen Pflasterstein werden die folgende Maße angegeben:

- gleichseitiges Sechseck der Grundfläche mit Seitenlänge $a = 12$ cm
- Höhe des Steins $h = 80$ mm

In der Abbildung ist der Verlegeplan dargestellt, der für einen Bahnsteig genutzt wird.



(Skizze nicht maßstäblich)

2.2.1 Stellen Sie dieses Prisma in einem Zweitafelbild dar. Geben Sie Ihren verwendeten Maßstab an.

2.2.2 Zeigen Sie, dass der Inhalt der Grundfläche etwa 374 cm² beträgt.

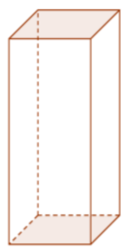
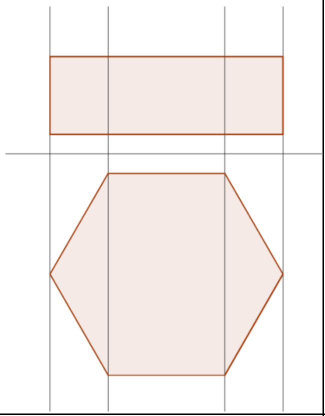
Berechnen Sie das Volumen eines solchen Steins sowie seine Masse, wenn die Dichte des benutzten Betons 2,1 g/cm³ beträgt.

2.2.3 Um die Kante am Ende des Bahnsteigs herzustellen, werden einige Steine entsprechend der Abbildung zugeschnitten.

Geben Sie an, um wieviel Prozent sich die Masse eines solchen Steins jeweils verringert. Begründen Sie.

2.2.4 Im Foto ist eine andere Pflastersteinsorte abgebildet. Diese besteht aus dem gleichen Material wie der oben betrachtete Pflasterstein. Bei gleicher Höhe haben beide Steinsorten auch die gleiche Masse.

Bestimmen Sie, welchen Flächeninhalt die Grundfläche dieses Pflastersteins hat. Begründen Sie Ihr Ergebnis.

	Aufgabe	**Lösung**	**Punkte**
2.1.1	Zeigen Sie rechnerisch, dass die Höhe h = 10 cm beträgt.	$V = a^2 \cdot h$ $h = \frac{V}{a^2}$ $h = \frac{160\text{cm}^3}{16\text{cm}^2}$ $h = 10\text{cm}$	2
2.1.2	Zeichnen Sie ein Schrägbild dieses Prismas.		2
2.2.1	Stellen Sie dieses Prisma in einem Zweitafelbild dar. Geben Sie Ihren verwendeten Maßstab an.	z.B. M: 1:2 	3
2.2.2	Zeigen Sie, dass der Inhalt der Grundfläche etwa 374 cm² beträgt. Berechnen Sie das Volumen eines solchen Steins sowie seine Masse, wenn die Dichte des benutzten Betons 2,1 g/cm³ beträgt.	$A_G = 3 \cdot r^2 \cdot \sin 60°$ $A_G \approx 374\text{cm}^2$ $V = A_G \cdot h$ $V \approx 2992\text{cm}^3$ $m = \rho \cdot V$ $m \approx 6283\text{g}$ $m \approx 6{,}3\text{kg}$	5
2.2.3	Geben Sie an, um wieviel Prozent sich die Masse eines solchen Steins jeweils verringert. Begründen Sie.	um 50% Steine werden halbiert.	2
2.2.4	Bestimmen Sie, welchen Flächeninhalt die Grundfläche dieses Pflastersteins hat. Begründen Sie Ihr Ergebnis.	$A_G = A_{G(2.2)}$ $A_G = \frac{V}{h}$ Begründung; z.B. Gleiche Masse → gleiches Volumen Gleiche Höhe → gleiche Grundfläche	2

Wahlaufgabe 3 Stochastik

3.1 Für ein Gesellschaftsspiel wurden fünfseitige Spielwürfel hergestellt. Auf den Seitenflächen der Würfel befinden sich folgende Symbole: Sonne, Kleeblatt, Wolke, Glücksschwein und Blume.

3.1.1 Während eines Spiels wurde 500mal mit folgenden Ergebnissen gewürfelt.

Symbol	Sonne	Kleeblatt	Wolke	Glücksschwein	Blume
Anzahl	62	67	248	64	x

Bestimmen Sie jeweils die relative Häufigkeit für das Würfeln der 5 Symbole. Geben Sie diese in Prozent mit einer Dezimalstelle an.

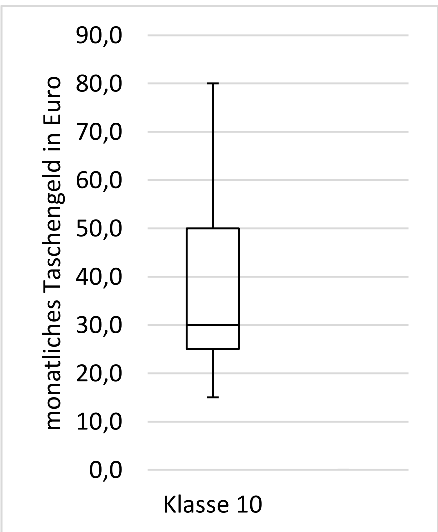
3.1.2 Die Hersteller dieses Spiels geben an, dass zur Erhöhung der Spannung die Bauweise des Spielwürfels so gewählt wurde, dass die Wahrscheinlichkeit für das Würfeln der Wolke 50 % beträgt. Die Wahrscheinlichkeiten ein anderes Symbol zu würfeln sind gleichgroß.

3.1.2.1 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für das Würfeln des Kleeblatts.

3.1.2.2 Zu den Regeln des Spiels gehört es, dass man zweimal hintereinander würfeln darf. Erhält man hierbei keine Wolke, aber mindestens einmal das Glückschwein, so darf man ein weiteres Mal würfeln.

- Ermitteln Sie alle Varianten, dass ein drittes Mal gewürfelt werden darf.
- Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit für jede der Varianten $\frac{1}{64}$ beträgt.
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein drittes Mal gewürfelt werden darf.

3.2 Bei einer Umfrage wurden 16-jährige Schüler einer 10. Klasse nach der Höhe ihres monatlichen Taschengeldes befragt. Die Ergebnisse der Befragung wurden in folgendem Boxplot dargestellt.



3.2.1 Ermitteln Sie aus dieser Darstellung den Zentralwert und bestimmen Sie die Spannweite sowie das obere und untere Quartil.

3.2.2 Eine Schülerin behauptet in der Diskussion mit ihren Eltern um die Höhe des Taschengeldes, dass die meisten Schüler ihrer Klasse mehr als 30 € im Monat bekommen. Nehmen Sie zu dieser Behauptung Stellung.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
3.1.1	Bestimmen Sie jeweils die relative Häufigkeit für das Würfeln der 5 Symbole. Geben Sie diese in Prozent mit einer Dezimalstelle an.	Sonne: 12,4 %; Kleeblatt: 13,4 %; Wolke: 49,6 % Glücksschwein: 12,8 %; Blume: 11,8 %	5
3.1.2.1	Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit für das Würfeln des Kleeblatts.	P(Kleeblatt) = 50 % : 4 = 12,5 % ≙ 0,125	1
3.1.2.2	Ermitteln Sie alle Varianten, dass ein drittes Mal gewürfelt werden darf.	SG, KG, BG, GG, GS, GK, GB	2
	Begründen Sie rechnerisch, dass die Wahrscheinlichkeit für jede der Varianten $\frac{1}{64}$ beträgt.	Begründung, z.B. $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{1}{64}$	1
	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass ein drittes Mal gewürfelt werden darf.	$7 \cdot \frac{1}{64} = \frac{7}{64}$	1
3.2.1	Ermitteln Sie aus dieser Darstellung den Zentralwert und bestimmen Sie die Spannweite sowie das obere und untere Quartil.	Zentralwert: 30 €; Spannweite: 65 €; Unteres Quartil: 25 €; Oberes Quartil: 50 €	4
3.2.2	Nehmen Sie zu dieser Behauptung Stellung.	Aussage ist falsch; höchstens die Hälfte der Schüler erhält mehr als 30 € Taschengeld	2