Mecklenburg-Vorpommern

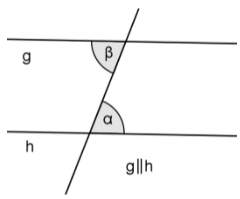
Der nachstehende Lösungsvorschlag soll den Schülerinnen und Schülern des Landes sowohl zur individuellen Prüfungsvorbereitung als auch im Rahmen des Unterrichts in Lernsituationen zur Verfügung gestellt werden. Der Nutzerkreis ist auf Schülerinnen und Schüler sowie Lehrkräfte des Landes Mecklenburg-Vorpommern beschränkt. Aus dem Lösungsvorschlag lässt sich kein Rechtsanspruch ableiten, er wird ohne Gewähr für die Richtigkeit und Vollständigkeit bereitgestellt.

Prüfung zur Mittleren Reife 2019

Mathematik

Musterlösung

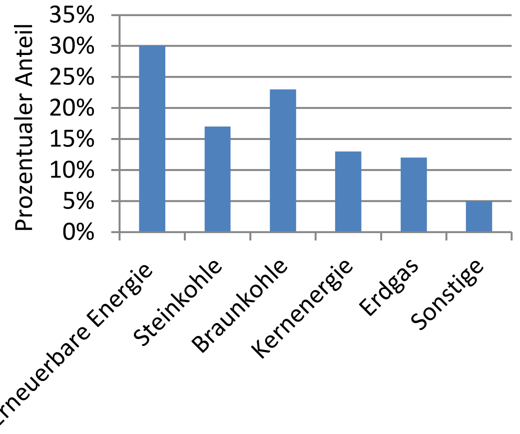
1 Pflichtaufgabe

	Aufgabe	Lösung
1.1	$0{,}7 \cdot 20 =$ $400 - 20 : 4 =$ $\frac{1}{9} + \frac{5}{6} =$	14 395 $\frac{17}{18}$
1.2	250 ml Milch werden zum Backen eines Kuchens aus einer Milchpackung mit einem Liter Milch entnommen. Wieviel Milch steht aus dieser Packung jetzt noch zur Verfügung?	750 ml
1.3	Geben Sie als Dezimalbruch an. $12\frac{2}{5} =$	12,4
1.4	Vergleichen Sie. $\frac{1}{3}$ ☐ 0,3 - 17 ☐ 3,1	> <
1.5	Der folgende Term wurde falsch umgeformt. Korrigieren Sie. $(x-9)^2 = x^2 - 81$	$x^2 - 18x + 81$
1.6	Auf 100 km verbraucht ein Automotor bei konstanter Geschwindigkeit 6,2 l Kraftstoff. Ermitteln Sie den Kraftstoffverbrauch für 250 km bei gleicher konstanter Geschwindigkeit.	= 15,5 l
1.7	Bestimmen Sie die Größe des Winkels β, wenn α = 79°. 	β = 79°
1.8	Markieren Sie 20 % der Rechteckfläche farbig.	8 Kästchen
1.9	In einer Urne befinden sich 160 grüne, 340 weiße und 500 schwarze Kugeln. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird beim ersten Ziehen eine schwarze Kugel gezogen?	= 0,5

2 Pflichtaufgabe

Die Abbildung zeigt den prozentualen Anteil der Energieträger an der Stromerzeugung im Jahr 2016 in Deutschland.

2.1 Aus erneuerbaren Energien wurden dabei 194,4 Mrd kWh Elektroenergie erzeugt.
Ermitteln Sie, wie viele Kilowattstunden Strom 2016 insgesamt erzeugt wurden.



2.2 Der Anteil der Windkraft an den erneuerbaren Energien betrug rund 41%.
Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Windkraft an der gesamten Stromerzeugung.

2.3 Der Anteil der Braunkohle soll durch das Erhöhen des Anteils der erneuerbaren Energie halbiert werden.
Berechnen Sie, wie viele Kilowattstunden Elektroenergie zusätzlich aus erneuerbaren Energien erzeugt werden müssten.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
2.1	Berechnen Sie, wie viel kWh Strom 2016 insgesamt erzeugt wurden.	$\frac{30\%}{194{,}4} = \frac{100\%}{x}$ $x = 648$ Mrd kWh	2
2.2	Berechnen Sie den prozentualen Anteil der Windkraft an der Gesamtstromerzeugung.	$\frac{41\%}{x} = \frac{100\%}{194{,}4}$ $x \approx 79{,}7$ Mrd kWh $\frac{79{,}7}{x} = \frac{648}{100\%}$ $x \approx 12{,}3\%$	2
2.3	Berechnen Sie, wie viel Mrd kWh Strom zusätzlich aus erneuerbaren Energien erzeugt werden müssten.	Braunkohle: ≈ 23% Ziel: 11,5% einsparen $\frac{11{,}5\%}{x} = \frac{100\%}{648}$ $x \approx 74{,}5$ Mrd kWh	2

3 Pflichtaufgabe

Das Bild zeigt eine Strahlensatzfigur.

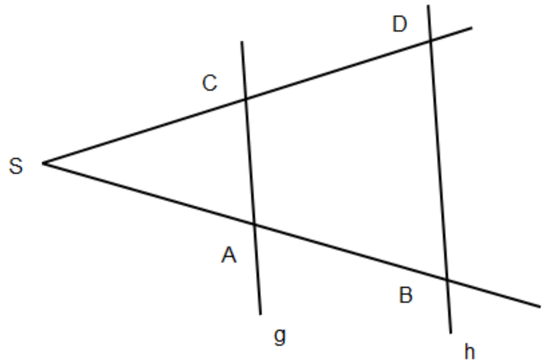
$\overline{SA} = 2{,}0\text{ cm}$

$\overline{AB} = 5{,}0\text{ cm}$

$\overline{AC} = 2{,}1\text{ cm}$

$\overline{SC} = 2{,}9\text{ cm}$

g II h



(Skizze nicht maßstäblich)

3.1 Berechnen Sie die fehlenden Abschnitte $\overline{BD}$ und $\overline{CD}$ der Strahlensatzfigur.

3.2 Zeigen Sie, dass das Dreieck SAC rechtwinklig ist.

3.3 Berechnen Sie den Flächeninhalt vom Dreieck SAC.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
3.1	Berechnen Sie die fehlenden Abschnitte und der Strahlensatzfigur.	Ansatz $\overline{BD} = 7{,}35\text{ cm} \rightarrow \overline{BD} \approx 7{,}4\text{ cm}$ $\overline{CD} = 7{,}25\text{ cm} \rightarrow \overline{CD} \approx 7{,}3\text{ cm}$	3
3.2	Zeigen Sie, dass das Dreieck SAC rechtwinklig ist.	$2{,}0^2 + 2{,}1^2 = 2{,}9^2$; oder Zeichnung wahre Aussage	2
3.3	Berechnen Sie den Flächeninhalt vom Dreieck SAC.	$A = \frac{2{,}1 \cdot 2{,}0}{2}$ $A = 2{,}1\text{ cm}^2$	1

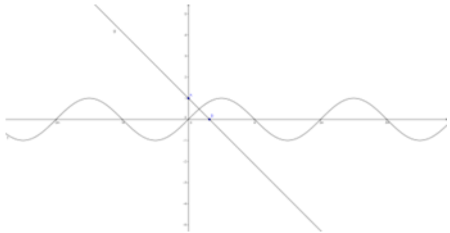
4 Pflichtaufgabe

Gegeben sind die Winkelfunktion $f(x) = \sin x$ und die lineare Funktion g(x), deren Graph mit dem Anstieg m = − 1 durch den Punkt P(0 | 1) verläuft.

4.1 Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Dabei soll f(x) mindestens für $-2\pi \le x \le 2\pi$ dargestellt werden.

4.2 Geben Sie die Gleichung der Funktion g (x) an.

4.3 Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden Graphen an.

	Aufgabe	**Lösung**	**Punkte**
4.1	Zeichnen Sie die Graphen der beiden Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem. Dabei soll f(x) mindestens für $-2\pi \le x \le 2\pi$ dargestellt werden.	Intervall 	4
4.2	Geben Sie die Gleichung der Funktion g an.	$g(x) = -1x + 1$	1
4.3	Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden Graphen an.	etwa $(0,5 \mid 0,5)$ S(gerundete Werte)	1

.

Wahlaufgabe 1 Stochastik

1.1 Die Ereignisse beim Würfeln mit einem regulären Würfel wurden in der folgenden Strichliste festgehalten.

Augenzahl	1	2	3	4	5	6
	卌 卌 卌 卌 卌 卌 II	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 II	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌	卌 卌 卌 卌 卌 II	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌	卌 卌 卌 卌 卌 卌 IIII

1.1.1 Geben Sie für die Augenzahlen die absolute und relative Häufigkeit an.

1.1.2 Stellen Sie die Ergebnisse in einem Kreisdiagramm dar.

1.1.3 Es soll mit einem regulären Würfel zweimal gewürfelt werden.
Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass mit beiden Würfen jeweils eine gerade Augenzahl erreicht wird.

1.2 Ein Baumkataster ist ein Verzeichnis, in dem Bäume verwaltet werden. Die Bäume werden dazu jeweils durch eine Nummer gekennzeichnet, die am Baum angebracht wird. Außerdem werden verschiedene Daten zu den Bäumen registriert. So auch der Stammumfang in einer Höhe von 1,30 m.

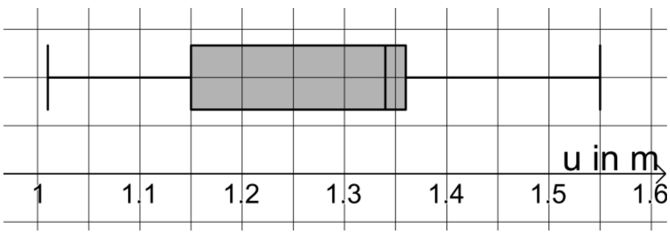
An einem Abschnitt einer Allee wurden dazu folgende Daten aufgenommen.

1,55 m	1,16 m	1,35 m	1,45 m	1,15 m	1,33 m	1,22 m	1,28 m	1,40 m	1,37 m

1.2.1 Ermitteln Sie das arithmetische Mittel und den Median des Stammumfangs.

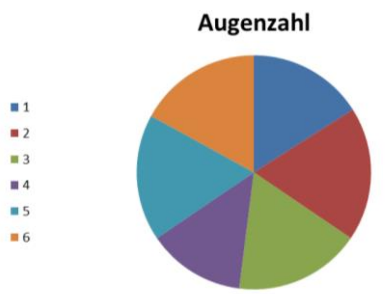
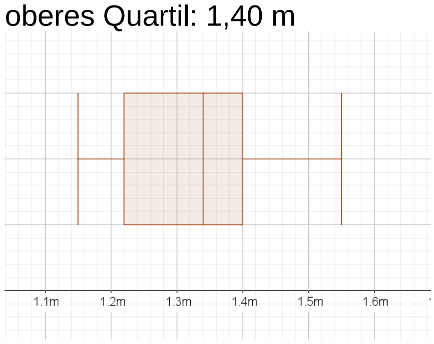
1.2.2 Stellen Sie die Daten in einem Boxplot dar.

1.2.3 Für einen zweiten Alleenabschnitt wurden die Messwerte bereits in einem Boxplot dargestellt.



Vergleichen Sie diesen Boxplot mit dem für den ersten Alleenabschnitt hinsichtlich Spannweite und Median.

1.2.4 Leiten Sie eine weitere Aussage zu den Bäumen des 2. Alleenabschnittes aus dem Boxplot ab.

<table>
<tr><th></th><th>Aufgabe</th><th>Lösung</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>1.1.1</td><td>Geben Sie für die Augenzahlen die absolute und relative Häufigkeit an.</td><td>
<table>
<tr><td>Augenzahl</td><td>abs. H.</td><td>rel. H.</td></tr>
<tr><td>1</td><td>32</td><td>0,16</td></tr>
<tr><td>2</td><td>37</td><td>0,185</td></tr>
<tr><td>3</td><td>35</td><td>0,175</td></tr>
<tr><td>4</td><td>27</td><td>0,135</td></tr>
<tr><td>5</td><td>35</td><td>0,175</td></tr>
<tr><td>6</td><td>34</td><td>0,17</td></tr>
</table>
Gesamt:200</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1.1.2</td><td>Stellen Sie die Ergebnisse in einem Kreisdiagramm dar.</td><td>
<table>
<tr><td>Augen-
zahl</td><td>Häufig-
keit</td><td>%</td><td>Winkel</td></tr>
<tr><td>1</td><td>32</td><td>16</td><td>58°</td></tr>
<tr><td>2</td><td>37</td><td>18,5</td><td>67°</td></tr>
<tr><td>3</td><td>35</td><td>17,5</td><td>63°</td></tr>
<tr><td>4</td><td>27</td><td>13,5</td><td>49°</td></tr>
<tr><td>5</td><td>35</td><td>17,5</td><td>63°</td></tr>
<tr><td>6</td><td>34</td><td>17</td><td>61°</td></tr>
</table>

</td><td>3</td></tr>
<tr><td>1.1.3</td><td>Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mit beiden Würfen jeweils eine gerade Augenzahl erreicht wird.</td><td>P(2;2); P(2;4); P(2;6);
P(4;2); P(4;4); P(4;6);
P(6;2); P(6;4); P(6;6)
$9 \cdot \frac{1}{36} = \frac{1}{4}$</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1.2.1</td><td>Ermitteln Sie den Durchschnitt und den Median des Stammumfangs.</td><td>Durchschnitt:1,326 m ≈ 1,33 m
Median:1,34 m</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1.2.2</td><td>Stellen Sie die Daten in einem Boxplot dar.</td><td>unteres Quartil: 1,22 m
oberes Quartil: 1,40 m

</td><td>3</td></tr>
</table>

1.2.3	Vergleichen Sie diesen Boxplot mit dem für den ersten Alleenabschnitt hinsichtlich Spannweite und Median.	Spannweite im ersten Alleen-abschnitt kleiner als im Zweiten; Median gleich: 1,34 m	2
1.2.4	Leiten Sie eine weitere Aussage zu den Bäumen des 2. Alleen-abschnittes aus dem Boxplot ab.	z.B.: 75 % der Bäume haben einen Umfang der nicht größer als 1,36 m ist.	1

Wahlaufgabe 2 Trigonometrie

2.1 Für ein Dreieck ABC sind gegeben:

Seitenlänge a = 6 cm

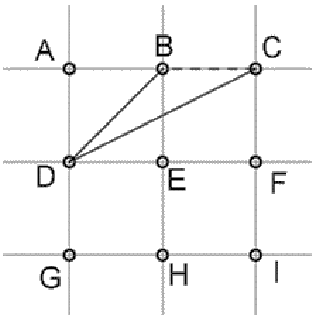
Innenwinkel $\alpha = 75°$ und $\gamma = 30°$

2.1.1 Bestimmen Sie die Größe des dritten Innenwinkels und geben Sie die Dreiecksart nach Seiten und Winkeln an.

2.1.2 Berechnen Sie die Länge der Seite c.

2.2 Um bei einem Handy eine Fremdnutzung zu erschweren, gibt es die Möglichkeit einer Bildschirmsperre. Die Aufhebung einer solchen Sperrung erfolgt durch einen Linienzug zwischen Punkten eines Rasters, der mit dem Finger überstrichen werden muss. Verbindet man auch noch den Anfangs- und den Endpunkt, so ergeben sich geometrische Figuren.

Ein Beispiel ist in der Abbildung mit BDC gegeben, wobei im Original die benachbarten Rasterlinien einen Abstand von 14,0 mm haben. Die Bezeichnung der Punkte mit A bis I dient der weiteren Aufgabenbearbeitung.



(Skizze nicht maßstäblich)

2
2.1
2.2
2.2.1 Ermitteln Sie rechnerisch für das im Beispiel entstandene Dreieck BDC den Umfang sowie den Flächeninhalt.

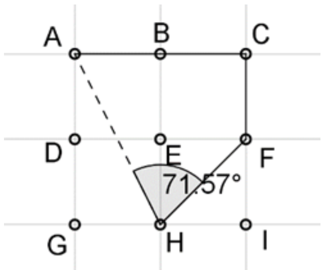
2.2.2 Bei einem anderen Muster entsteht mit den Punkten A, C, F und H ein Viereck.

Skizzieren Sie das Raster mit diesem Muster auf kariertem Papier.

Berechnen Sie für dieses Viereck den Innenwinkel FHA.

2.2.3 Geben Sie die Punkte für ein mögliches Muster an, das zu einem gleichschenkligen Dreieck führt.

Begründen Sie, dass mit keinem der gewählten Sperrmuster ein gleichseitiges Dreieck entstehen kann.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
2.1.1	Bestimmen Sie den fehlenden Innenwinkel und geben Sie die Dreiecksart nach Seiten und Winkeln an.	$\alpha=180°-75°-30°=75°$ Da $\alpha=\beta$, gilt auch $a=b$, → gleichschenklig Da $\alpha,\beta,\gamma< 90°$, → spitzwinklig.	3
2.1.2	Berechnen Sie die Länge der Seite c.	$\frac{c}{\sin\gamma}=\frac{a}{\sin\alpha}$ → $c \approx 3{,}1$ cm	2
2.2.1	Ermitteln Sie rechnerisch für das im Beispiel entstandene Dreieck BDC den Umfang sowie den Flächeninhalt.	$\overline{BC}=14\,\text{mm}$, $\overline{CD}=\sqrt{(14{,}0\,\text{mm})^2+(28{,}0\,\text{mm})^2}=31{,}3\,\text{mm}$ $\overline{BD}=\sqrt{2(14{,}0\,\text{mm})^2}=19{,}8\,\text{mm}$ $u=65{,}1\,\text{mm}$; $A=\frac{1}{2}\cdot 14{,}0\text{ mm}\cdot 14{,}0\text{ mm}=98{,}0\text{ mm}^2$	5
2.2.2	Skizzieren Sie das Raster mit diesem Muster auf kariertem Papier. Berechnen Sie für dieses Viereck den Innenwinkel FHA.	 $\cos\sphericalangle FHA=\frac{\overline{FH}^2+\overline{AH}^2-\overline{AF}^2}{2\cdot\overline{FH}\cdot\overline{AH}}=$ $=\frac{19{,}8^2+31{,}3^2-31{,}3^2}{2\cdot 19{,}8\cdot 31{,}3}\approx 0{,}316$ $\sphericalangle FHA \approx 71{,}6°$	4
2.2.3	Geben Sie die Punkte für ein mögliches Muster an, das zu einem gleichschenkligen Dreieck führt. Begründen Sie, dass mit keinem der gewählten Sperrmuster ein gleichseitiges Dreieck entstehen kann.	Mögliches Muster: ACH, ACI, …..; Begründung: Die Dreiecke können nur aus entweder zwei Diagonalen und einer Waagrechten bzw. Senkrechten gebildet werden. Oder umgekehrt. Diagonale und Senkrechte sind nicht gleich lang.	2

Wahlaufgabe 3 Stereometrie

3.1 Ein Hohlzylinder hat einen Innenradius von 3,0 cm und eine Wandstärke von 1,5 cm. Seine Höhe beträgt 5,0 cm.

3.1.1 Zeichnen Sie das Zweitafelbild des Hohlzylinders.

3.1.2 Berechnen Sie sein Volumen und seinen Oberflächeninhalt.

3.2 Zur Wasserversorgung in Rostock wurde Mitte des 19. Jahrhunderts ein Wasserturm gebaut, den man 1903 durch den heutigen Wasserturm ersetzte (Abbildung 1). Dieser war noch bis Ende der 50-er Jahre als Wasserturm in Betrieb.

Abbildung 1

Im Inneren des Wasserturmes befindet sich ein Wasserbecken in Form einer Halbkugel. Auf das Wasserbecken ist ein zylinderförmiger Rand aufgesetzt. In Abbildung 2 ist ein Aufriss gegeben.
Das Wasserbecken hat einen Durchmesser von etwa 15 m, die Höhe mit Rand beträgt etwa 10 m. (Die Wandstärke des Wasserbeckens soll vernachlässigt werden.)

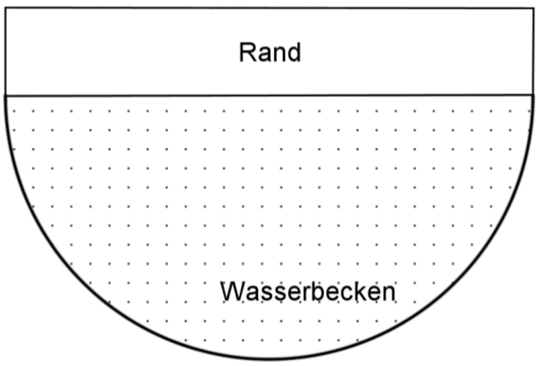
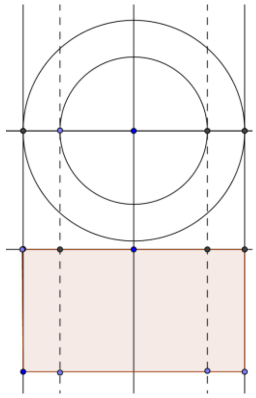


Abbildung 2
(nicht maßstäblich)

3.2.1 Berechnen Sie die Masse des Wassers in Tonnen, das in dem vollständig gefüllten Wasserbecken gespeichert werden kann. Die Dichte des Wassers beträgt $1{,}00\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$.

3.2.2 Die Innenfläche des Wasserbeckens und des Randes sollen versiegelt werden. Berechnen Sie die zu versiegelnde Fläche.

3.2.3 Es soll ein Modell des Wasserturms im Maßstab 1 : 10 angefertigt werden. Begründen Sie, dass das Volumen des Wasserbehälters im Modell $\frac{1}{1000}$ des Originalvolumens ist.

	Aufgabe	Lösung	Punkte
3.1.1	Zeichnen Sie das Zweitafelbild des Hohlzylinders.		2
3.1.2	Berechnen Sie sein Volumen und seinen Oberflächeninhalt.	$V = \pi \cdot 5cm((4{,}5cm)^2 - (3cm)^2)$ $V \approx 176{,}7cm^3$ $A_G = \pi\left((4{,}5cm)^2 - (3cm)^2\right) \approx 35{,}3cm^2$ $A_{M1} = 2 \cdot \pi \cdot 4{,}5cm \cdot 5cm \approx 141{,}4cm^2$ $A_{M2} = 2 \cdot \pi \cdot 3cm \cdot 5cm \approx 94{,}2cm^2$ $A_o \approx 306\ cm^2$	5
3.2.1	Berechnen Sie die Masse des Wassers in Tonnen, das in dem vollständig gefüllten Wasserbecken gespeichert werden kann. Die Dichte des Wassers beträgt $1{,}00\frac{g}{am^3}$.	$V = (\frac{4}{3} \cdot \pi (7{,}5m)^3):2$ $V \approx 883{,}6m^3$ Wasser: $1m^3$ → 1t → ≈ 884 t	5
3.2.2	Die Innenfläche des Wasser-beckens und des oberen Sockelrandes sollen versiegelt werden. Berechnen Sie die zu versiegelnde Fläche.	Rand: $A_Z = 2 \cdot \pi \cdot 7{,}5m \cdot 2{,}5m \approx 118m^2$ Halbkugel $A_{HK} = 2 \cdot \pi \cdot (7{,}5m)^2 \approx 353m^2$ $A_{Gesamt} \approx 471m^2$	3
3.2.3	Es soll ein Modell des Wasserturms im Maßstab 1:10 angefertigt werden. Begründen Sie, dass das Volumen des Wasser-behälters im Modell $\frac{1}{1000}$ des Originalvolumens ist.	z.B. Rechnung mit maßstäblichen Angaben *oder* Radius geht mit der 3. Potenz in die Rechnung ein $V = (\frac{4}{3}\pi \cdot (\frac{r}{10})^3):2$ → Volumen beträgt $\frac{1}{1000}$	1